განზოგადებულ თეტა-მწკრივთა სივრცის ბაზისი ზოგიერთი ხუთცვლადიანი ფორმებისათვის

ქეთევან შავგულიძე

Ketevan.shavgulidze@tsu.ge

მათემატიკის დეპარტამენტი,

ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი,

ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,

ამ ნაშრომში აგებულია ხუთცვლადიანი Q კვადრატული ფორმის მიმართ ν რიგის სფერულ პოლინომთა სივრცის ბაზისი. განხილულია თეტა-მწკრივთა $T(\nu, Q)$ ვექტორული სივრცე და აგებულია ამ სივრცის ბაზისი.

$$Q_1(x) = Q_1(x_1, x_2, \dots, x_5) = b_{11}x_1^2 + b_{22}x_2^2 + b_{33}x_3^2 + b_{44}x_4^2 + b_{55}x_5^2 + b_{12}x_1x_2$$

კვადრატული ფორმისათვის დამტკიცებულია შემდეგი

თეორემა: განზოგადებული თეტა-მწკრივები:

$$\vartheta(\tau, P_1, Q_1) = \sum_{n=1}^{\infty}\left(\sum_{Q_1(x)=n} P_1(x)\right)z^n = \sum_{n=1}^{\infty}\left(\sum_{Q_1(x)=n}\left(\frac{b_{12}}{4b_{22}}x_1^2 + x_1x_2\right)\right)z^n =$$

$$=\frac{b_{12}}{2b_{22}}z^{b_{11}}+\ldots+0\,z^{b_{22}}+\ldots+0\,z^{b_{33}}+\ldots+0\,z^{b_{44}}+\ldots+0\,z^{b_{55}}+\ldots,$$

$$\vartheta(\tau, P_5, Q_1) = \sum_{n=1}^{\infty}\left(\sum_{Q_1(x)=n} P_5(x)\right)z^n = \sum_{n=1}^{\infty}\left(\sum_{Q_1(x)=n}\left(-\frac{b_{11}}{b_{22}}x_1^2 + x_2^2\right)\right)z^n =$$

$$=-\frac{2b_{11}}{2b_{22}}z^{b_{11}}+\ldots+2\,z^{b_{22}}+\ldots+0\,z^{b_{33}}+\ldots+0\,z^{b_{44}}+\ldots+0\,z^{b_{55}}+\cdots,$$

$$\vartheta(\tau, P_9, Q_1) = \sum_{n=1}^{\infty}\left(\sum_{Q_1(x)=n} P_9(x)\right)z^n = \sum_{n=1}^{\infty}\left(\sum_{Q_1(x)=n}\left(-\frac{4b_{11}b_{22} - b_{12}^2}{4b_{22}b_{33}}x_1^2 + x_3^2\right)\right)z^n =$$

$$=-\frac{4b_{11}b_{22}-b_{12}^2}{2b_{22}b_{33}}z^{b_{11}}+\ldots+0\,z^{b_{22}}+\ldots+2\,z^{b_{33}}+\ldots+0\,z^{b_{44}}+\ldots+0\,z^{b_{55}}+\cdots,$$

$$\vartheta(\tau, P_{12}, Q_1) = \sum_{n=1}^{\infty}\left(\sum_{Q_1(x)=n} P_1(x)\right)z^n = \sum_{n=1}^{\infty}\left(\sum_{Q_1(x)=n}\left(-\frac{4b_{11}b_{22} - b_{12}^2}{4b_{22}b_{44}}x_1^2 + x_4^2\right)\right)z^n =$$

$=-\frac{4b_{11}b_{22}-b_{12}^2}{2b_{22}b_{44}}z^{b_{11}}+\ldots+0\,z^{b_{22}}+\ldots+0\,z^{b_{33}}+\ldots+2\,z^{b_{44}}+\ldots+0\,z^{b_{55}}+\cdots,$

$$\vartheta(\tau,P_{14},Q_1)=\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sum_{Q_1(x)=n}P_1(x)\right)z^n=\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sum_{Q_1(x)=n}\left(\frac{b_{12}}{4b_{22}}x_1^2+x_1x_2\right)\right)z^n=$$

$=-\frac{4b_{11}b_{22}-b_{12}^2}{2b_{22}b_{55}}z^{b_{11}}+\ldots+0\,z^{b_{22}}+\ldots+0\,z^{b_{33}}+\ldots+0\,z^{b_{44}}+\ldots+2\,z^{b_{55}}+\ldots$

წრფივად დამოუკიდებელია და ისინი ქმნიან T(ν,Q_1) სივრცის ბაზისს.

ლიტერატურა

1. F. Gooding, Modular forms arising from spherical polynomials and positive definite quadratic forms, J. Number Theory **9,** pp.36-47, 1977.
2. K. Shavgulidze, On the space of spherical polynomial with quadratic forms of five variables, Reports of Enlarged Session of the Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics 29, pp. 119-122, 2015.