wtt-დაყვანადობის შესახებ

როლანდ ომანაძე

E-mail: roland.omanadze@tsu.ge

ი.ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, მათემა–

ტიკის დეპარტამენტი. ჭავჭავაძის პრ.1, 0218 თბილისი, საქართველო

ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლეებზე ფრიდბერგმა და როჯერსმა [3] განსაზღვრეს wtt–დაყვანადობის ცნება, ხოლო ტენენბაუმმა (იხ., [3, გვ.159]) განსაზღვრა Q-დაყვანადობის ცნება. ამ დაყვანადობებით ბუნებრივად განისაზღვრება bwtt–დაყვანადობის ცნება [1] და bsQ-, sQ-დაყვანადობების ცნებები [2].

ქვემოთ მოცემულია wtt- და bwtt-დაყვანადობების ზოგიერთი თვისება და მათი კავშირი bsQ-, sQ-დაყვანადობებთან. აქ მოყვანილი ცნებები და აღნიშვნები შეიძლება მოიძებნოს [2] და [3]–ში.

სამართლიანი შემდეგი დებულებები.

თეორემა 1. რეკურსიულად გადათვლადი (რ.გ.) სიმრავლე A wtt-სრულია მაშინ და მხოლოდ მაშინ, თუ არსებობს ისეთი რეკურსიული უნქცია , f რომ ყოველი $x \in \omega$, $D_{f(x)} \cap (\bar{A} \ \Delta \ W_x) \neq \emptyset$, სადაც $\bar{A} \Delta W_x = (\bar{A} - W_x) \cup (W_x - \bar{A})$.

თეორემა 2. ვთქვათ A რ.გ. სიმრავლეა. მაშინ შემდეგი დებულებები ეკვივალენტურია.

1. A bwtt–სრულია.
2. არსებობს ისეთი რეკურსიული ფუნქცია f და ფიქსირებული ნატურალური რიცხვი n, რომ ყოველი $x \in \omega$, $|D_{f(x)}| \leq n \ \& \ W_x \cap A = \emptyset \Rightarrow D_{f(x)} \cap \overline{W_x \cup A} \neq \emptyset$.
3. არსებობს ისეთი გამოთვლადი ფუქცია g და ფიქსირებული ნატურალური რიცხვი m, რომ ყოველი $x \in \omega$, $|D_{g(x)}| \leq m \ \& \ D_{g(x)} \cap (\bar{A} \Delta W_x) \neq \emptyset$.

თეორემა 3. ყოველი არარეკურსიული რ.გ. bwtt–ხარისხი შეიცავს წყვილ–წყვილად bsQ–არასადარ რ.გ. bsQ-ხარისხების უსასრულო რაოდენობას.

თეორემა 4. ვთქვათ A არარეკურსიული რ.გ. ნახევრადრეკურსიული სიმრავლეა. მაშინ ყოველი სიმრავლისათვის B, $\emptyset <_{wtt} B \leq_{wtt} A$, არსებობს ისეთი სიმრავლე C, რომ $C \leq_{sQ} A \ \&$ $C \equiv_{btt} B$.

თეორემა 5. ყოველი არარეკურსიული რ.გ. wtt–ხარისხი შეიცავს ისეთ რ.გ. სიმრავლეს A, რომ A სიმრავლის Q–ხარისხი არ შეიცავს არც მარტივ და არც არსადმარტივ სიმრავლეს.

ლიტერატურა

[1] A.H.Lachlan, wtt-complete sets are not necessarily tt-complete, Proc. Amer. Math. Soc., 48, N 2, (1975) 429-434.

[2] R.Sh.Omanadze, Quasi-degrees of recursively enumerable sets. In: Cooper, S.B., Goncharov, S. Computability and Models: Perspectives East and West, Kluwer/Plenum, New York, Boston, Dordrecht, London, Moscow, 2004.

[3] H.Rogers, Theory of recursive functions and effective computability. McGraw-Hill Book Co., New York, 1967.