აბსოლუტურად კრებადობის მამრავლები ფურიეს მწკრივებისათვის

გიორგი თუთბერიძე
ელ-ფოსტა: giorgi.tutberidze257@ens.tsu.edu.ge
მათემატიკის დეპარტამენტი, ზუსტ და
საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი,
ივ.ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის
სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ჭავჭავაძის #1

1962 წელს ა.ოლევსკიმ (იხ. [1]) დაამტკიცა, რომ თუ $f(x) \in L_2(0,1)$ ნებისმიერი ფუნქციაა და $(a_n) \in l_2$ ნებისმიერი რიცხვითი მიმდევრობა, არსებობს ისეთი ორთონორმირებული სისტემა (ო.ნ.ს.) $(\varphi_n(x))$, რომ $c_n(f) = c \cdot a_n$, $n = 1,2,\ldots$,

ხოლო c არ არის დამოკიდებული n-ზე. ამგვარად თუ ვიგულისხმებთ, რომ $f_0(x) = 1$, $x \in [0,1]$ და
$$a_n = \begin{cases} 0, & \textit{როცა} \quad n \neq 2^k \\ \frac{1}{\sqrt{k}\log(k+1)}, & \textit{როცა}\; n = 2^k, n = 1,2,\ldots \end{cases}$$

მაშინ
$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2 = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k \cdot \log^2(k+1)} < +\infty$$

ამგვარად არსებობს ისეთი ო.ნ.ს. $(\varphi_n(x))$, რომ $a_n = c \cdot c_n(f_0)$. ამის გამო ნებისმიერი $0 < p < 2-$სთვის
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left|c_n(f_0)\right|^p = \frac{1}{|c|^p} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(k+1)^{\frac{p}{2}} \cdot \log^p(k+1)} = +\infty.$$

ე.ი არსებობს ისეთი ო.ნ.ს. $(\varphi_n(x))$, რომლის მიმართაც 1-ის ფურიეს კოეფიციენ- ტებისგან შედგენილი მწკრივი $p\epsilon(0,2)$ ხარისხში აბსოლუტურად განშლადია.

ზემოაღნიშნულ მოვლენას არ აქვს ადგილი კლასიკური ორთონორმირებული სისტემებისათვის, როგორიცაა ტრიგონომეტრიული, ჰაარისა და უოლშის სისტემები. ამ სიტემებისათვის, თუ $f \in V(0,1)$, მაშინ $\sum_{n=1}^{\infty} \left|c_n(f)\right|^p < +\infty$, *როცა* $p > 1$.

ჩვენი მთავარი ამოცანაა ზოგადი ორთონორმირებული სისტემებიდან გამოვსახოთ ისინი, რომელთათვისაც ფურიეს კოეფიციენტებისგან შედგენილი მწკრივი აბსოლუტურად კრებადი იქნება $p \geq 1$ ხარისხში სათანადო თანამამრავლის შერჩევით.