

ზოგიერთი შენიშვნა განზოგადებული სასრული ვარიაციის

ფუნქციათა კლასების შესახებ

თეიმურაზ ახობაძე და შალვა ზვიადაძე

ელ-ფოსტა: t.akhobadze@tsu.ge, sh.zviadadze@tsu.ge

მათემატიკის დეპარტამენტი, ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი,

ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,

მისამართი: საქართველო, თბილისი-0179, ჭავჭავაძის გამზირი 1

განსაზღვრება 1. ვთქვათ, (α_n) და (S_n) ნამდვილ რიცხვთა მიმდევრობებია, სადაც $\alpha_n > 1$, $n \in \mathbb{N}$, და

$$\sigma_n^{\alpha_n} \equiv \sum_{\nu=0}^n A_{n-\nu}^{\alpha_n-1} S_\nu / A_n^{\alpha_n}, \quad A_k^{\alpha_n} = (\alpha_n + 1) \cdot \dots \cdot (\alpha_n + k) / k!. \quad (1)$$

ცხადია, $\sigma_n^0 = S_n$. თუ (α_n) მუდმივია ($\alpha_n = \alpha$, $n \in \mathbb{N}$), მაშინ σ_n^α ემთხვევა ჩეზაროს σ_n^α -საშუალოებს [3]. ისინი შეისწავლა კაპლანმა [2]. თუ (1)-ში S_ν -ის მაგივრად ჩავსვამთ f ფუნქციის ფურიეს ტრიგონომეტრიული მწკრივის $S_\nu(f, x)$ კერძო ჯამებს, მაშინ შესაბამისი საშუალოები σ_n^α აღინიშნება $\sigma_n^{\alpha_n}(f, x)$ -ით და მათ განზოგადოებულ ჩეზაროს საშუალოებს ვუწოდებთ.

განსაზღვრება 2. ვთქვათ, φ არის ზრდადი მიმდევრობა, რომლისთვისაც $\lim_{n \rightarrow \infty} \varphi(n) = +\infty$, ამასთან, $\varphi(1) \geq 2$. დავუშვათ, f არის ზომადი 2π -პერიოდული ფუნქცია $(-\infty, +\infty)$ ინტერვალზე. ვიგულისხმობთ, რომ $p(n)$ არის ზრდადი მიმდევრობა, რომლისთვისაც $1 \leq p(n) \uparrow p$, $n = 1, 2, \dots$, $1 \leq p \leq +\infty$. ვიტყვით, რომ f ფუნქცია ეკუთვნის $BA(p(n) \uparrow p, \varphi)$ კლასს, თუ

$$\sup_m \sup_{h \geq 1/\varphi(m)} \left\{ \frac{1}{h} \int_0^{2\pi} |f(x+h) - f(x)|^{p(m)} dx \right\}^{1/p(m)} < \infty.$$

ეს კლასი შემოღებულ იქნა ჩვენს [1] მიერ და გამოკვლეულ იქნა ამ კლასის თვისებები, როცა $p = +\infty$. ირკვევა, რომ ამ კლასს $1 < p < +\infty$ შემთხვევაში განსხვავებული თვისებები გააჩნია. კერძოდ, მტკიცდება, რომ:

1. თუ $p \in (1, +\infty)$, მაშინ $BA(p(n) \uparrow p, \varphi)$ კლასი არ არის დამოკიდებული φ -ის შერჩევაზე.
2. ყოველი $BA(p(n) \uparrow p, \varphi)$ კლასი შეიცავს არსებითად შემოუსაზღვრელ ფუნქციას.

ამის გარდა, გამოკვლეულია ამ კლასის განზოგადებული ჩეზაროს საშუალოების ყოფაქცევა უწყვეტ ფუნქციათა სივრცეში.

ლიტერატურა

- [1] T. Akhobadze, A generalization of bounded variation, Acta Math. Hungar. 97 (3) (2002), 223-256.
- [2] I. Kaplan, Cesàro means of variable order, Izv. Vus. Uchebn. Zaved. Mat., 18 (1960), no. 5, 62 -73. (Russian)
- [3] A. Zygmund, Trigonometric series, Cambridge University Press, Vol.1 (1959).