

რამდენი ნულია მეჩხერ მატრიცაში?

კობა გელაშვილი

koba.gelashvili@tsu.ge

კომპიუტერული მეცნიერების დეპარტამენტი
ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი
უნივერსიტეტის ქ 13, თბილისი 0186, საქართველო

ზოგიერთი განმარტებით, მატრიცა რომელშიც ნულების წილი ნახევარზე მეტია ითვლება მეჩხერად (sparse). ზოგიერთი სხვა განმარტების თანახმად, კვადრატულ მატრიცას ეწოდება მეჩხერი, თუ არანულოვანი ელემენტების როდენობა არის $O(n)$. [1]-ში გამოთქმულია მოსაზრება: „მეჩხერი მატრიცა არაცხადდაა განმარტებული როგორც მატრიცა, რომლსაც აქვს ძალიან ცოტა არანულოვანი ელემენტი. მაგრამ, სინამდვილეში, მატრიცა შეგვიძლია მოვიხსენიოთ როგორც მეჩხერი, თუ რაიმე კერძო ტექნიკის გამოყენება არის შესაძლებელი რომელიც გარკვეულ სარგებლობას მოიტანს არანულოვანი ელემენტების დიდი რიცხვის არსებობისგან და მათი განლაგებიდან“. სავარაუდოდ, ეს ნიშნავს რომ მეჩხერი მატრიცის „აბსოლუტური“ განმარტება არ ასეობს და სიმეჩხერე არის ფარდობითი კატეგორია, რომელიც დამოკიდებულია იმ ალგორითმზე, რომელიც იყენებს მატრიცას.

მოხსენება ეძღვნება შეუღლებული გრადიენტების (შემოკლებით CG) მეთოდის მიერ გამოყენებულ მართკუთხა მატრიცაში ნულების პროცენტული რაოდენობის განსაზღვრას, რომლის ზემოთაც მატრიცა შეგვიძლია ჩავთვალოთ მეჩხერად.

ჩვენ ვიყენებთ მატრიცის შენახვის ე.წ. კბილებიანი არანულოვანი ქვემატრიცის მონაცემთა სტრუქტურას, შემოკლებით jnz-ფორმატს. საწყისი მატრიცის ნაცვლად იგი ინახავს ორ მატრიცას. პირველი მიიღება საწყისი მატრიცისგან ნულების ამოყრით. მეორე შედგება პირველი მატრიცის ელემენტების სვეტების ინდექსებისგან (საწყის მატრიცაში). მეორე მატრიცას აქვს დამატებული (პირველი) სტრიქონი, რომლის პირველი ელემენტი აღწერს საწყის მატრიცაში სტრიქონების რაოდენობას. დანარჩენი ელემენტები აღწერენ არანულოვანი ელემენტების რაოდენობებს საწყისი მატრიცის სტრიქონებში.

jnz-ფორმატის მიერ მოხმარებული მეხსიერება იგივეა რაც სხვა საუკეთესო ფორმატების, რომლებიც ინახავენ მეჩხერ მატრიცებს.

ნულების პროცენტული რაოდენობის დასადგენად, რომლის ზემოთაც CG-მეთოდი jnz-ფორმატით უფრო სწრაფია ვიდრე მართკუთხა წარმოდგენით, ჩატარებდა ექსპერიმენტები (იხ. <https://github.com/vakho10/Sparse-Storage-Formats>). განსხვავებული ზომის 15 მატრიცა (სტრიქონების რაოდენობა n იცვლება 100 დან 1500-ის ჩათვლით, 100-ის ბიჯით) იქნა გამოყენებული. ყოველი n -ისთვის, აგებულ იქნა სიმეტრიული მატრიცები შემთხვევითი მონაცემებით, ნულების შემდეგი პროცენტით: 15, 20, 25, 30 და 35. მთლიანობაში 75 მატრიცა. მატრიცათა ზომების შესაბამისი ვექტორებიც შემთხვევითად იქნა გენერირებული. მატრიცა-ვექტორის ყოველი წყვილისთვის გაშვებულ იქნა CG-მეთოდი. ნულების 35%-ის შემთხვევაში, ტესტების აბსოლუტურ უმეტესობაში jnz-ფორმატმა დააჩქარა სისტემის ამოხსნის პროცესი. ნულების რაოდენობის ზრდა განსხვავებას კიდევ უფრო თვალსაჩინოს ხდის.

თუ გავითვალისწინებთ, რომ jnz-ფორმატი მეხსიერების დაზოგვას იწყებს ნულების 67%-ის შემთხვევაში, რჩება შთაბეჭდილება, რომ მეჩხერობის ცნება პროგრამის შესრულების დროის აზრით (განსხვავებით მეხსიერებისგან) არის საგრძნობლად სუსტი.

References

1. Yousef Saad. Iterative Methods for Sparse Linear Systems, 2nd Edition, 2003, SIAM